

$$\varphi \left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu} \right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **1**

Mappe: **1**

Curriculum vitae [1947]

Type: Curriculum vitae

Beskrivelse: Maskinskrevet curriculum vitae på 1 side skrevet på Regensen, men udateret. Skrevet som stikord.

Datering: Udateret, men ud fra indholdet må den være skrevet i 1946 eller senere, sandsynligvis i 1947.

Sprog: Engelsk.

Indholdsbeskrivelse: C.v. beskriver nærmeste familie, eksamener og stillinger, hverv som redaktør, medlemskab af forskellige selskaber, akademier m.m. og ganske kort om emnerne for hans matematiske arbejde.

Ovenstående oplysninger er registreret den 5. november 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi \left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu} \right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **1**

Mappe: **1**

Professorudnævnelse 1915

Type: Kongelig professorudnævnelse

Beskrivelse: Udnævnelsen er håndskrevet med blæk på kongens brevpapir af S. Keiser-Nielsen og den fylder 2 sider (for og bag). Den er underskrevet af Kong Chr. X og hans segl er sat under underskriften.

Datering: 2. marts 1915.

Sprog: Dansk.

Ovenstående oplysninger er registreret den 5. november 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **1**

Mappe: **2**

Avisudklip om Harald Bohr

Avisudklippene ligger nogenlunde i kronologisk orden. Alle egentlige udklip er fra materialet overdraget af Hanne Bohr i 1993. Nekrologer i aviser findes dog ikke i denne folder, men den efterfølgende.

- Vore Fodboldspillere. *Ekstrabladet* den 26. Oktober 1908, side 3 (fotokopi fra mikrofilm).
- Doctor philosophiæ. *Ekstrabladet* den 16. Januar 1910, side 2 (fotokopi fra mikrofilm).
- Den nye Doktor. *Ekstrabladet* den 1. Februar 1910, side 2 (fotokopi fra mikrofilm).
- Doktor-Disputatsen igaar. Matematikeren og Fodboldspilleren, Dr. phil. Harald Bohr. *Politiken* den 1. Februar 1910, side 5 (fotokopi af artiklen, 2 siders maskinskrevet afskrift, og den originale tegning).
- Den unge Doktor. "Lille" Bohr forsvare sin Afhandling. *Lolland-Falsters Stiftstidende* [den 1. Februar 1910] (avisudklip og 1 sides maskinskrevet afskrift).
- **Erik:** Doktordisputats. Dr. phil. Harald Bohr. (1 sides maskinskrevet afskrift uden angivelse af kilde).
- Den nye Doctor i Matematik ved Københavns Universitet. *Aftenposten* Fredag den 4. Februar 1910 (1 sides maskinskrevet afskrift).
- Doktordisputats. Harald Bohr: Bidrag til de Dirichlet'ske Rækkers Theori (2 siders maskinskrevet afskrift uden angivelse af kilde).
- **Winding, O.S.:** Danmarks yngste Dr. *Idrætten*, Nr. 5, 6. Aargang, den 3. Februar 1910, side 33–34 (avisudklip og 2 siders maskinskrevet afskrift).
- **Diemer, Asm.:** Sporten igaar. Fodboldturneringen. *Berlingske Tidende* den 26. April 1915, side 4 (fotokopi af artiklen).
- Fra de akademiske Kulisser. Skal Harald Bohr være Professor i Groningen eller ansættes ved Universitetet. *Ekstrabladet* den 19. December 1916, side 3 (fotokopi fra mikrofilm af artiklen).
- Astronomi. *Ekstrabladets Aftenudgave* den 6. Januar 1917, side 2 (fotokopi fra mikrofilm af artiklen).

- Fra de akademiske Kulisser. Striden i det filosofiske Fakultet. – Harald Bohr faar intet ud af sin Aktion. — Hvorfor Professor Heegaard gaar sin Vej. – Er der andre, som gaar? *Ekstrabladets Aftenudgave* den 6. Januar 1917, side 5 (2 siders fotokopi fra mikrofilm af artiklen).
- Harald Bohr atter paa Krigsstien. *Ekstrabladet* torsdag den 19. April 1917 (2 siders fotokopi af avisartiklen).
- En Indbydelse til Prof. Harald Bohr. *Berlingske Politiske og Advertissement-Tidende* mandag den 10. September 1928, side 7 (fotokopi fra mikrofilm).
- Adresse til Harald Bohr. Samtlige Professorens Studenter beder ham blive i København. *Berlingske Tidende* tirsdag den 16. April 1929, forsiden og side 10 (2 siders fotokopi af artiklen fra mikrofilm).
- Prof. Harald Bohr til Upsala! *Politiken* den 30. Marts 1929, side 9–10 (2 siders fotokopi af artiklen fra mikrofilm).
- Skal Professor Harald Bohr til Uppsala? Foreslaaet uden at være Ansøger. *Berlingske Tidende* den 30. Marts 1929, side 5 (fotokopi af artiklen fra mikrofilm).
- **Mollerup, Johs.:** Ak, kæreste Hr. Guldsmed! *Berlingske Tidende* den 30. Marts 1929 (avisudklip og 1 sides maskinskrevet afskrift).
- Professorpilsneren (avisudklip med billede af H. Bohr og E. Landau uden angivelse af kilde).
- [Billede af Peter Freuchen, Harald Bohr, Edgar Rubin og Wilcke] (avisudklip fra 1944 uden angivelse af kilde).
- **Ohlin, Bertil:** Harald Bohr og Upsala. *Politiken* den 31. Marts 1929, side 12 (fotokopi af artiklen fra mikrofilm).
- Harald Bohrs Afskeds-Forelæsning. *Politiken* den 30. Marts 1930 (avisudklip).
- Harald Bohr til Amerika. *Politiken* den 11. Maj 1930 (avisudklip).
- Harald Bohr til Amerika. *Politiken* den 31. Marts 1930 (avisudklip).
- [Billede af Harald Bohr med kone og børn ved hjemkomsten fra Amerika 1931] (avisudklip fra *Politiken*).
- Brødrene Bohr til Biblioteks-Indvielse. *Berlingske Tidende* (avisudklip med billede af Niels Bohr, Harald Bohr og C. M. Steenberg uden datoangivelse).
- [Tegning af Harald Bohr i sofaen] *Berlingske Tidende (morgen)* den 10. Februar 1934, forsiden (avisudklip og fotokopi).
- To lærde danske Brødre paa to lærde Institutter. *Berlingske Tidende* [10. Februar 1934] (avisudklip).

- En Sofa og en Papirkurv — saa er Matematikeren tilfreds. *Politiken* [10. Februar 1934] (fotokopi af artiklen).
- København som et Centrum for matematisk Forskning. *Dagens Nyheder* [10. Februar 1934] (fotokopi af artiklen).
- **Heckscher, Eli F.:** Tysklands Delning. *Dagens Nyheter* Söndagen den 27 Augusti 1944, side 6–7 (2 siders fotokopi af artiklen).
- Harald Bohr Regensprovst. *Politiken*, torsdag den 25. Oktober 1945, side 3 (fotokopi fra mikrofilm).
- Herrer vi ere i Aandernes Rige (avisudklip fra svensk avis 1944 med Hanne Bohr som student).
- [Billede af studenter] (avisudklip fra svensk avis uden kildeangivelse fra 1943–45).
- Matematikerne hos Niels Bohr. *Ekstrabladet* den 30. August 1946, forsiden (avisudklip).
- Niels Bohr hjem fra USA. *Land og Folk* den 25. juni 1948 (avisudklip).
- [Billede af Harald og Ellen Bohr]. *Berlingske Tidende* den 9. marts 1948 (avisudklip).
- [Billede af Harald og Ulla Bohr ved hjemkomsten fra Amerika] (avisudklip uden angivelse af kilde).
- Danes join Philosophical Society talks. *The Philadelphia Inquirer* Friday Morning, April 23th, 1948 (avisudklip).
- Matematiska föreningen första hedersledamot (avisudklip med billede af Hardy fra svensk avis fra 1920'erne).
- [Billeder af Ole Bohr, Jens Nørregaard og Stephan Hurwitz] *Berlingske Tidende* (avisudklip uden datoangivelse).

Ovenstående oplysninger er registreret den 14. november 1997 og 30. juni 1998 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **1**

Mappe: **3**

Nekrologer

Nekrologer fra udenlandske tidsskrifter:

- **Bochner, Salomon:** Harald Bohr April 22, 1887–January 22, 1951. *Bulletin of the American Mathematical Society* **58** (1952), pp. 72–75 (to særtryk).
- **Jessen, Børge:** Harald Bohr 22 April 1887 — 22 January 1951. *Acta Mathematica* **86** (1951), pp. I–XXIII (et særtryk).
- **Neugebauer, O.:** Harald Bohr (1887–1951). *Year Book of The American Philosophical Society* (1952), pp. 307–11 (et særtryk).
- **Perron, Oskar:** Harald Bohr. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 1. Abteilung, **55** (1951), pp. 77–88 (to særtryk).
- **Perron, Oskar:** Harald Bohr 22.4.1887–22.1.1951. *Jahrbuch der Bayerischen Akademie der Wissenschaften* (1951), pp. 177–79 (to særtryk).

Nekrologer fra danske tidsskrifter:

- **Andersen, A. F.:** *Ingeniøren* **60** (1951), pp. 381–82 (original eksemplar af nr. 18 med påskriften: “Professor Børge Jessen venligst fra Deres hengivne A. F. Andersen”).
- **Degner, P. W.:** Harald Bohr. *Ballosophen. Medlemsblad for Akademisk Boldklub*, Nr. 54, april 1951, pp. 1–2 (fotokopi).
- **Jessen, Børge:** Harald Bohr 22. april 1887 — 22. januar 1951. Mindetale holdt ved et fælles møde af Matematisk Forening, Matematiklærerforeningen og Parentesen 6. april 1951 på Københavns Universitet. *Matematisk Tidsskrift A* (1951), pp. 1–18 (to særtryk).
- **Middelboe, Nils:** Harald Bohr in memoriam. *Kjøbenhavns Boldklub* **15** (1951), pp. 2–3 (original eksemplar af januar-nummeret af bladet).
- **Nielsen, Jakob:** Harald Bohr, 22. april 1887–22. januar 1951. *Festskrift for Københavns Universitet*, november 1951, pp. 95–100 (et særtryk).
- **Nørlund, N. E.:** Harald Bohr. 22. april 1887–22. januar 1951. *Oversigt over Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Virksomhed* (1950–51), pp. 61–67 (et særtryk)

- **Petersen, Richard:** Professor Harald Bohr 22. april 1887 — 22. januar 1951. *Polyteknikeren* **17** (1951), pp. 75–76 (udrevet side med påskriften “Frøken Paula Strelitz fra Deres hengivne Richard Petersen”).
- **Petersen, Richard:** Harald Bohr 22/4 1887 — 22/1 1951. *Meddelelser fra Akademiet for de Tekniske Videnskaber*, No. 1, (1951), pp. 5–18 (fotokopi; nekrologen indeholder desuden en bibliografi lavet af Erling Følner).
- **V.H.:** Dødsfald: Harald Bohr (1887–1951). *Nordisk Astronomisk Tidsskrift* (1951), pp. 37–38 (tre “særtryk”, dvs. de aktuelle sider revet ud, med påskrifterne “Ellen”, “Hanne” og “Ole”).

Nekrologer fra aviser:

- **Favard, J.:** Fransk hyldest til Harald Bohr. *Politiken*, den 27. januar 1951.
- **Jessen, Børge m.fl.:** Harald Bohr som matematiker og som menneske. *Politiken*, den 23. januar 1951, pp. 7–8 (2 udklip).
- **Pihl, Mogens:** Ved Harald Bohrs død. *Information*, den 23. januar 1951, p. 4.
- Harald Bohr død. *Nationaltidende*, tirsdag den 23. januar 1951.
- Prof. Harald Bohr afgaaet ved Døden. *Berlingske Tidende*, den 23. januar 1951.
- Prof. Harald Bohr død. *Land og Folk*, tirsdag den 23. januar 1951.
- Prof. Harald Bohr er død i Nat. *Berlingske Aftenavis*, 22. januar 1951.
- Professor Harald Bohr afgik i går ved døden. *Socialdemokraten*, 23. januar 1951.
- **Besicovitch, A. S.:** Prof. Harald Bohr: A notable Danish mathematician. *The Times*, 6 February 1951 (fotokopi).

Ovenstående oplysninger er registreret den 5. november 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **12**

Opskrivningsbog [1904–08]

Type: Original notesbog.

Beskrivelse: Notesbog i form af hæfte med stift bind med gulbrunlig mønster på omslaget. Der er ingen titel, dato eller angivelse af forfatter på eller i notesbogen. Indeholder matematiske notater hovedsagelig skrevet med blæk, men enkelte dog med blyant i Bohrs håndskrift. Notaterne er spredt i adskillige blokke på de første 87 sider. Siderne 1–7 er nummereret af Bohr, mens resten er nummereret senere med blyant (af Kurt Ramskov 1997).

Datering: Udateret, men indholdet er fra Bohrs studietid 1904–08 og sandsynligvis er alle notater skrevet før 1907.

Sprog: Dansk.

Indholdsbeskrivelse: Notaterne er til lærebøger og måske til nogle fulgte forelæsninger. Størstedelen af notaterne er i talteori og uendelige rækker, men der er også noter om ligninger, antalsgeometri og “rækker med vilkårlige indices”. Nedenfor er givet en oversigt over indholdet på siderne med notater.

Om Tals Delelighed, pp. 1–7.

Oversættelse til dansk af §§1–2 i Dirichlet, *Vorlesungen über Zahlentheorie*, 2. udgave, 1871, pp. 1–5 (eller senere udgave). Giver meget grundig behandling af den associative og kommutative lov for hele tal.

De Møbiuske Funktioner, pp. 9–12.

Definition af Møbius-funktionen $\mu(n)$ og angivelse af fire egenskaber:

1. $\mu(n \cdot m) = \mu(n) \cdot \mu(m)$ for primiske m, n .
2. $\sum \mu(d) = 0$ når d løber over de ægte divisorer i et tal n
3. $\sum \mu(d)/d = \varphi(n)/n$ når summen løber over de ægte divisorer i n
4. $\sum \mu(d) \log d = 0$, når summen løber over divisorerne i n og n består af forskellige primfaktorer (ingen med højere potens end 1)

Indholdet svarer nogenlunde til: Julius Petersen, *Talteori*, 1909, pp. 28–31.

Tillæg til Gauss (§42 D. A.), pp. 14–16.

Bevis for sætningen, at koefficienterne i produktet af to polynomier med rationale koefficienter, der ej alle er heltallige, ikke alle kan være heltallige.

Nyt Bevis for den Wilsonske Sætning af J. Petersen, pp. 19–20.

Geometrisk bevis for, at $(p-1)! + 1 \equiv 0 \pmod{p}$, som uddyber: Julius Petersen, *Talteori*, 1909, p. 46.

Bevis for den udvidede Reciprocitetssætning af Julius Petersen, pp. 21–29.

Dette er en uddybelse af: Julius Petersen, *Talteori*, 1909, pp. 77–79 og drejer sig om et bevis for sætningen, at

$$\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{b}{a}\right) = (-1)^{\frac{b-1}{2}} (-1)^{\frac{a-1}{2}}$$

for ulige, primiske tal a og b .

At opløse $\begin{vmatrix} y_1^{n-1} & y_1^{n-2} & \dots & y_1 & 1 \\ y_2^{n-1} & y_2^{n-2} & \dots & y_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_n^{n-1} & y_n^{n-2} & \dots & y_n & 1 \end{vmatrix}$ i Faktorer, p. 30.

Bevises fikst ved brug af algebraens fundamentalsætning.

Uden overskrift: om rødder i ligninger, p. 31.

Bevis for sætningen, at i et polynomium med heltallige koefficienter er enhver rational rod et helt tal og enhver kompleks rod $a + ib$ med a, b rationale må have a, b heltallige. Bohr's sætning gælder ej fx for $5x + 7 = 0$.

Uden overskrift: om hele tal, pp. 32–33.

Hvis α, β, μ, ν er hele tal uden fælles faktorer og $\alpha\beta = \mu\nu$ vil tallene være på formen: $\alpha = \alpha_1\alpha_2$, $\beta = \beta_1\beta_2$ og $\mu = \alpha_1\beta_2$, $\nu = \alpha_2\beta_1$, hvor $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ og β_2 er entydige.

Første Grads Brøker, pp. 35–40.

Diskussion af egenskaber ved funktioner af typen

$$y = \frac{cx - d}{ax - b}.$$

Uden overskrift: grænseværdiovervejelse, p. 41.

Forsøg på at vise

$$y = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{l y}{m}\right)^m$$

hvor $l y$ betyder $\log y$.

Uden overskrift: om ligninger og rækker, pp. 42–43.

Diskussion af bestemmelsen af y i $Ax^\alpha y^\beta + A_1 x_1^{\alpha_1} y_1^{\beta_1} + \dots$ som er af n 'te grad i y . Kort omtale af produktet af absolut konvergente rækker, måske i forlængelse af Julius Petersen, *Forelæsninger over Funktionsteori*, 1895, pp. 159–60.

En Sætning om Rækker, pp. 44–49.

En sætning svarende til at summationsordenen kan ombyttes i en absolut konvergent dobbeltrække.

Til Julius Petersens Funktionstheorie 61 (Pg. 144), pp. 50–51.

Uddybelse af beviset for sætningen, at summationsordenen kan ombyttes i en absolut konvergent dobbeltrække, der er ret kortfattet behandlet i bogen pp. 144–45.

Jordan Side 82 9.2 Théorème, pp. 54–57.

En sætning nogenlunde svarende til implicit funktionsætning.

Antalgeometri, pp. 78–81.

Uden overskrift: om rækker med vilkårlige indices, pp. 85–87.

Summation af række med vilkårlige indices.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **13**

Harald A. Bohr:
Nogle Betragtninger over Fundamentalrækker i Almindelighed I & II
[1907]

Type: Original manuskript til foredrag.

Titel: *Nogle Betragtninger over Fundamentalrækker i Almindelighed* [Some general considerations on fundamental series]

Beskrivelse: Manuskript til foredrag i to hæfter med violet omslag med påskriften: Harald A. Bohr: *Nogle Betragtninger over Fundamentalrækker i Almindelighed I* (hhv. II på det andet hæfte). Indholdet indskrevet med blæk og i Bohrs håndskrift. Hæfte I har 23 nummererede sider med skrift og hæfte II har skrift på 9 sider, som ikke oprindelig var nummererede, men senere er blevet nummereret med blyant (af Kurt Ramskov, september 1997).

Datering: Ingen datering på eller i hæfterne. Jessen har med blyant skrevet “Noget foredrag med denne titel synes ikke at være holdt i Mat. For. B.J.”, men han har formentlig kun gennemset listerne over foreningens månedlige foredrag. Et foredrag med samme titel som manuskriptets afholdtes af Bohr ved *litteraturmødet* den 19. februar 1907 i Matematisk Forening (se vedlagte kopi), så det er ganske sikkert manuskriptet til dette.

Sprog: Dansk

Indholdsbeskrivelse: Indholdet af hæfte I er Bohrs forsøg på at generalisere begrebet fundamentalrække (dvs. Cauchy-følge) til noget som ligner det moderne begreb *net*. Han ønskede at lave en fælles teori for diskret og kontinuert grænseovergang. I hæfte II diskuterer han først velordnede fundamentalrækker inspireret af Johannes Møllerups artikel “En Sætning om Continuet” *Nyt Tidsskrift for Matematik, Afdeling B* **17** (1906), pp. 77–84. I resten af hæftet diskuterer Bohr analogien mellem uendelige rækker og uendelige integraler og påstår at der gælder tilsvarende resultater ret generelt.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi \left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu} \right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **13**

*Undersøgelser over Fundamentalmængder
samt den udvidede Jensen'ske Sætning.
Skrevet i 1906–7, samlet i dette Papir 1908*

Type: To originale matematiske manuskripter.

Titel: Ingen titel på de enkelte manuskripter, men på et omslag for begge manuskripter står *Undersøgelser over Fundamentalmængder samt den udvidede Jensen'ske Sætning. Skrevet i 1906–7, samlet i dette Papir 1908* [Investigations of fundamental sets and the extended version of Jensen's theorem. Written in 1906–07, collected in this manuscript 1908].

Beskrivelse: Et foldet stykke papir med ovennævnte titel indeholder to manuskripter i Bohrs håndskrift.

Det første manuskript består af 18 sider indskrevet pænt med blæk om fundamentalmængder, samt 4 mindre sider med udkast til indledning og afslutning om fundamentalmængder. Der er ingen titel, forfatter eller datering på selve manuskriptet.

Det andet manuskript består af 4 sider indskrevet med blæk om en udvidelse af Jensens konvergenssætning både for rækker og integraler, angivet i hver sin søjle. Der er ingen titel, forfatter eller datering på selve manuskriptet.

Sidenummereringen i manuskripterne er påført senere med blyant (af Kurt Ramskov i 1997). I manuskriptet om fundamentalmængder er de 4 sider med udkast ikke nummereret.

Datering: Datering til perioden 1906–08 er givet på omslaget. Manuskripterne er formentlig udarbejdet senere end Bohrs foredrag om fundamentalrækker fra februar 1907 og før hans foredrag om en udvidelse af rækkebegrebet i januar 1908 (begge i Matematisk Forening), hvorfor de dateres til 1907 af Ramskov. Argumentet herfor er at fremstillingen i manuskriptet er klarere end i foredraget om fundamentalrækker og betegnelsen “generelle fundamentalrækker” er udskiftet med betegnelsen “fundamentalmængde”.

Sprog: Dansk

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **14**

Studier over "Rækker med vilkaarlige Indices"
samt deres Anvendelse paa Række- og Integrallæren
af Harald A. Bohr [1907]

Type: Original matematisk manuskript.

Titel: *Studier over "Rækker med vilkaarlige Indices" samt deres Anvendelse paa Række- og Integrallæren* [Studies on "series with arbitrary indices" and their application on the theory of series and integrals]

Beskrivelse: Manuskript pænt indskrevet med blæk i Bohrs håndskrift på løse ark. På forsiden er angivet ovenstående titel og forfatter. Der er kun indskrevet på hver anden side. To korrekturlæsere har tilføjet kommentarer med blyant på bagsiderne. Den ene har underskrevet sig "Jenny" (bagsiden af side 5) og er formentlig Harald Bohrs søster, mens den anden ikke er identificeret, men ud fra indholdet i kommentarerne kunne det være matematikeren H. G. Zeuthen. Manuskriptet består ialt af 90 sider.

Datering: Udateret, men foredraget "Et Forsøg paa en Udvidelse af det sædvanlige Rækkebegreb" i Matematisk Forening i januar 1908 er et sammenkog af manuskriptets hovedresultater, hvilket peger på at manuskriptet er udarbejdet i anden halvdel af 1907.

Sprog: Dansk.

Indholdsbeskrivelse: Manuskriptet er inddelt i 4 kapitler. Kapitel 1 indfører "rækker med vilkårlige indices" og angiver nogle resultater som gælder analogt for både uendelige rækker og integraler. Kapitel 2 omhandler multiplikation af rækker og integraler. Kapitel 3 indfører nye begreber i forbindelse med "rækker med vilkårlige indices" og kapitel 4 viser hvordan disse anvendes til at få en systematisk fremstilling af konvergenskriterier for uendelige rækker.

Publikation: En konvergenssætning om rækker fra manuskriptets kapitel 1 blev senere af Bohr publiceret som: "Om en Udvidelse af en kendt Konvergenssætning." *Nyt Tidsskrift for Matematik B* **20** (1909), pp. 1–4.

Det meste af kapitel 2 blev publiceret af Bohr som: "Recherches sur la multiplication de deux intégrales définies prises entre des limites infinies." *Oversigt over Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger* (1908), pp. 213–32.

Endelig blev "rækker med vilkårlige indices" og de fundamentale resultater herom sammen med hovedresultaterne i kapitel 4 publiceret af Bohr meget senere som:

“Om almindelige Konvergenzkriterier for Rækker med positive Led.” *Matematisk Tidsskrift B* (1945), pp. 1–9.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi \left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu} \right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **15**

Opskrivningsbog 1908 for Harald Bohr

Type: Original notesbog.

Titel: *Opskrivningsbog 1908* [Notebook 1908]

Beskrivelse: Hæfte med stift bind i brunlig farve. Det indeholder Bohrs håndskrevne notater skrevet med blyant og blæk. Der er 74 sider med noter, hvoraf de første 15 er nummererede af Bohr selv mens resten senere er nummereret med blyant (af Kurt Ramskov, september 1997).

Datering: Notaterne skrevet i årene 1908–09. Den første del (pp. 1–21), som er på dansk, er efter indholdet at dømme en del af forarbejdet til den store skriftlige opgave til magisterkonferensen i slutningen af 1908. De er altså formentlig udarbejdet i løbet af sommeren 1908. Den resterende del (pp. 22–70), som er skrevet blandet på tysk og dansk, er formentlig skrevet i Göttingen april-juli 1909, idet de fleste ting indgår i foredraget, som Bohr holdt i *Mathematische Gesellschaft* den 29. juni 1909 (publiceret som A2 i de samlede værker).

Sprog: Dansk og tysk.

Indholdsbeskrivelse: Titel (eller beskrivelse) på de enkelte afsnit i hæftet er givet først efterfulgt af de sider som det dækker og hvilket sprog det er på. Derefter er med mindre skrift givet et kort resumé af indholdet.

Sætninger om Summabilitet for en Række med vilkaarlige Indices (pp. 1–6 på dansk).

Dedekinds konvergenstest generaliseret til summabilitet og for “rækker med vilkårlige indices”, anvendelse af testen på Dirichletrækker fortolket som “rækker med vilkårlige indices” givende eksistens af summabilitetshalvplan.

Sætninger om Summabilitet for en Række hørende til den specielle Indicesrække 0 1 2 ... n ... samt for Integraler (pp. 7–14 på dansk).

Sætningerne er opskrevet i to parallelle søjler, hvor første søjle er for sædvanlige uendelige rækker og den anden for uendelige integraler. Pp. 10–12 er der dog en separat diskussion af integraler.

Eksempler paa Anvendelsen af de ovenfor givne Sætninger (pp. 15–21 på dansk).

Anvendelse på Dirichletrækker og -integraler. På første side stadig i to parallelle søjler, men derefter kun om rækker. Forsøg på at vise summabilitet af generelle Dirichletrækker.

Opførslen af sumfunktionen for Dirichletrækker tæt ved konvergens- og summabilitetsgrænserne (pp. 22–30 på tysk).

De første skridt mod en løsning af summabilitetsproblemet.

Undersøgelse af Integralet $\int_0^\infty e^{it}t^{-x}dt$ (pp. 31–33 på tysk undtagen overskriften).

Denne undersøgelse findes også i Harald Bohrs brev til Niels 1909.04.28. Den er publiceret [A2, p. 262].

Bevis for at en Dirichlet'sche Reihe $\sum_{n=1}^\infty a_n/n^x$ und die zugehörige Fakultätenreihe $\sum_{n=1}^\infty \frac{n!a_n}{x(x+1)\dots(x+n)}$ für jede (von 0 1 ... verschiedene) x "summabilität" von λ^{te} Orden beide Reihen oder nicht beide Reihen gleichzeitig (pp. 34–39 på tysk).

Publiceret i [A2, p. 260].

Generalisering af et resultat fra Landaus *Beiträge*, p. 96 (pp. 40–41 på tysk og dansk).

Integraludtryk af sumfunktionen giver første koefficient i Dirichletrækken.

Genaues Beweis (in etwas anderen Anordnung) des Satzes der Summabilitätszusammenhang die Dirichlet'schen und Fakultätenreihe (pp. 42–43 på tysk).

Bevis for sætningen: Er $f(s) = \sum a_n/n^s$ Summabel af λ^{te} Orden for $s > \sigma$ da er for ethvert ε $f(\sigma + \varepsilon + \omega i) = O(\omega^{\lambda+1})$ (p. 44, på dansk).

Eksempel paa en Dirichlet's Række, hvor ingen Singularitet ligger paa $\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n$ (p. 45 på dansk).

Exempler paa Summable Rækker (pp. 46–48).

Flere af eksemplerne involverer zetafunktionen.

Bevis for følgende Sætning: Er $\lambda_r = \lambda_{r+1}$, da er ogsaa $\lambda_{r+1} = \lambda_{r+2}$ følgelig i Almindelighed $\lambda_{r+s} = \lambda_r$ for $s = 1, 2, 3, \dots \rightarrow \infty$ (pp. 49–52 på dansk).

Eksempel på speciel Dirichletrække, hvis sumfunktion er en hel transcendent (pp. 53–60 på dansk).

Eksemplet etableres ved hjælp af et resultat af Lindelöf.

Sætning: Er $\lambda_r - \lambda_{r+1} = a$ er $\lambda_{r+1} - \lambda_{r+2} \leq a$ (pp. 61–62 på dansk).

Uligheden $\lambda_r - \lambda_{r+1} \geq \lambda_{r+1} - \lambda_{r+2}$ som blev publiceret i [A2, p. 252].

$u_n(x)$ en i \mathbb{C} analytisk Funktion (p. 63 på dansk).

Bevis for at med $\sum_2^\infty a_n$ ogsaa $\sum_2^\infty a_n/\log n$ er summabel af r^{te} Orden (p. 64 på dansk).

Første koefficient i en Dirichletrække udtrykt som n -fold integral i sumfunktionen (pp. 65–66 på dansk).

Hjælpesætning (Tannery's) (p. 67–70 på dansk).

Hjælpesætning om rækker.

Nøjagtig bevis for $\lambda_r - \lambda_{r+1} \geq \lambda_{r+1} - \lambda_{r+2}$ (pp. 72–74 på dansk).

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **15**

Et Forsøg paa en Udvidelse af det sædvanlige Rækkebegreb
af Harald A. Bohr [1908]

Type: Original manuskript til et matematisk foredrag.

Titel: *Et Forsøg paa en Udvidelse af det sædvanlige Rækkebegreb* [An attempt to extend the ordinary concept of series]

Beskrivelse: Manuskript i gråt hæfte indskrevet med blæk i skiftevis to forskellige håndskrifter, hvoraf den ene er Bohrs. Den anden er måske Ellen Bohrs, Bohrs mor (hun indskrev meget for Niels Bohr). Titel og forfatter er angivet på forsiden, sammen med Jessens bemærkning med blyant: "Foredrag med denne titel holdt i Matematisk Forening 16. jan. 1908. B.J." Manuskriptet består af 33 nummerede sider med enkelte overstregninger (af Bohr). Som Jessen angiver afholdtes et foredrag med samme titel af Bohr i Matematisk Forening 16. januar 1908 og det er manuskriptet hertil.

Datering: Udateret, men det er manuskriptet til foredraget i Matematisk Forening den 16. januar 1908.

Sprog: Dansk

Indholdsbeskrivelse: Foredraget er et resumé af afhandlingen om "rækker med vilkårlige indices". Kun hovedideerne og hovedresultaterne er medtaget mens en hel del eksempler og det meste af det tekniske udeladt.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi \left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu} \right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **16**

*Undersøgelser over Multiplication af 2 bestemte Integraler
udstrakte over uendelige Intervaller*
Harald Bohr 1908

Type: Original manuskript til artikel.

Titel: *Undersøgelser over Multiplication af 2 bestemte Integraler
udstrakte over uendelige Intervaller* [Investigations on the multiplication of two in-
tegrals

Beskrivelse: Manuskript indskrevet med blæk i Bohrs håndskrift på foldede A3-ark, dvs. med skrift på hver anden side. Der er ialt 18 nummererede sider. På side 6 er en figur klippet ud. Med blyant er øverst på side 1 skrevet: "Bedes oversat".

Datering: Manuskriptet slutter med dateringen "Maj 1908" og Bohrs underskrift.

Sprog: Dansk.

Publikation: Manuskriptet blev oversat til fransk og publiceret som: *Recherches sur la multiplication de deux intégrales définies prises entre des limites infinies. Oversigt over Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Forhandlinger* (1908), pp. 213–32.

Ovenstående oplysninger er registreret den 2. oktober 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **17**

*Eksamensopgave af Harald A. Bohr.
Om Konvergenzen af de Dirichlet'ske Rækker [1908]*

Type: Originale store eksamensopgave til magisterkonferensen.

Titel: Om Konvergenzen af de Dirichlet'ske Rækker [On the convergence of Dirichlet series]

Beskrivelse: Manuskriptet er indskrevet med blæk i Bohrs håndskrift på foldede A3-ark, dvs. med skrift på hver anden side. Der er ialt 103 nummererede side (eksklusiv forsiden).

Datering: Om Bohr står i *Aarbog for Københavns Universitet, Kommunitet og den polytekniske Lærestalt, indeholdende Meddelelser for det akademiske Aar 1908–09*, Universitetsbogtrykkeriet, J. H. Schultz A/S, København 1912, p. 735: “Opgave til skriftlig Besvarelse hjemme (5/11–17/12 1908): Om Konvergenzen af de Dirichlet'ske Rækker”. Opgaven er således udarbejdet i denne periode.

Sprog: Dansk.

Indholdsbeskrivelse: Indledningen (pp. 1–4) viser at Bohr tog udgangspunkt i den analytiske talteori. Der gives en meget kort beskrivelse af Dirichletrækkernes betydning.

Kapitel 1 består i sin første del (pp. 5–42) af en række sætninger og resultater for sædvanlige Dirichletrækker $\sum_{n=1}^{\infty} a_n/n^s$ som er taget fra litteraturen, især fra arbejder af Cahen, Landau og Schnee. De fleste sætninger bevises omhyggeligt. Bl.a. diskuteres (pp. 36–42) hvordan forbindelsen er mellem konvergensgrænsen og rækkens sumfunktion. I den næste del af kapitlet (pp. 42–50) diskuteres konvergensbegreber som et oplæg til kapitel 2. Før dette sluttet kapitel 1 dog af med (pp. 50–54) nogle resultater om multiplikation af sædvanlige Dirichletrækker.

Kapitel 2 (pp. 55–87) beskriver Bohrs nye resultater om Cesàro-summabilitet af sædvanlige Dirichletrækker. Resultaterne vises grundigt og der sluttet af med (pp. 81–7) at anvende dem på en med zeta-funktionen beslægtet Dirichletrække.

Kapitel 3 behandler generelle Dirichletrækker $\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s}$ hvor $0 < \lambda_1 < \dots < \lambda_n < \dots$ og $\lambda_n \rightarrow \infty$ for $n \rightarrow \infty$. Først generaliseres en del af resultaterne nævnt i kapitel 1 (pp. 88–95), hvorefter resten af kapitlet (pp. 96–103) diskuterer multiplikation af sådanne rækker og Bohr løser et problem, som Landau havde påpeget, ved at bruge sit eget udviklede begreb “rækker med vilkårlige indices”.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **18**

Harald A. Bohr, Bergstrasse 6.
Dr. Købe: Elliptische Funktionen [1909]

Type: Original notesbog.

Titel: Dr. Købe: Elliptische Funktionen [Dr. Købe: Elliptic functions]

Beskrivelse: Lille sort hæfte hvori 37 unummererede sider er skrevet med blæk i Bohrs håndskrift. Der er ingen titel eller lignende på forsiden og kun en angivelse "Harald A. Bohr, Bergstrasse 6" på indersiden af bindet. Titlen ovenfor er første linie i teksten. Indholdet er Bohrs noter til Koebes forelæsninger om elliptiske funktioner i sommersemesteret 1909 i Göttingen.

Datering: Notaterne nedskrevet i det tyske sommersemester 1909, dvs. maj-august 1909 ifølge brev til Niels Bohr 1909.05.06.

Sprog: Tysk.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **18**

Hilbert: Ausgewählte Fragen der Funktionentheorie
ved Harald A. Bohr [1909]

Type: Original notesbog.

Titel: Hilbert: Ausgewählte Fragen der Funktionentheorie [Hilbert: Selected problems in the theory of (complex) functions]

Beskrivelse: Et sort hæfte hvori 23 unummererede sider er skrevet med blæk i Bohrs håndskrift. Der er kun skrevet på hver anden side. Indholdet på titelbladet er angivet øverst. Indholdet er Bohrs noter til Hilberts forelæsninger om (kompleks) funktionsteori i sommersemesteret 1909 i Göttingen.

Hæftet er klistret sammen med et andet tilsvarende sort hæfte med noter til Hilberts forelæsninger i talteori.

Sprog: Tysk.

Datering: Notaterne nedskrevet i det tyske sommersemester 1909, dvs. maj-august 1909 ifølge brev til Niels Bohr 1909.05.06.

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **3**

Mappe: **18**

*Hilbert: Vorlesungen über Zahlentheorie,
Göttingen Sommersemester 1909*
ved Harald A. Bohr

Type: Original notesbog.

Titel: *Hilbert: Vorlesungen über Zahlentheorie* [Hilbert: Lectures in number theory]

Beskrivelse: Et sort hæfte hvori 56 unummererede sider er skrevet med blæk i Bohrs håndskrift. Indholdet på titelbladet er angivet øverst. Indholdet er Bohrs noter til Hilberts forelæsninger om talteori i sommersemesteret 1909 i Göttingen.

Hæftet er klistret sammen med et andet tilsvarende sort hæfte med noter til Hilberts forelæsninger i funktionsteori.

Sprog: Tysk.

Datering: Notaterne er nedskrevet i det tyske sommersemester 1909, dvs. maj-august 1909 ifølge brev til Niels Bohr 1909.05.06.

Indholdsbeskrivelse: Notaterne er opdelt i følgende afsnit (med sidetal i bogen i parentes efterfulgt af en kort beskrivelse på dansk):

- §1. Theilbarkeit der Zahlen (pp. 1–21). Delelighed, primtal, mindste fælles multiplum, største fælles divisor, φ -funktionen.
- §2. Begriff un Elementar gesetze der Congruenzen (pp. 22–27). Regning med kongruens, Fermats lille sætning, fuldstændige tal.
- §3. Theorie der Congruenzen und ihre Wurzeln (pp. 27–34).
- §4. Binomische Kongruenzen (pp. 34–45). Kvadratiske rester og lignende.
- §5. Begriff der ganzen Funktionen modulo p (pp. 46–56).

Ovenstående oplysninger er registreret den 28. september 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.

$$\varphi\left(\frac{\sum a_\nu x_\nu}{\sum a_\nu}\right) \leq \frac{\sum a_\nu \varphi(x_\nu)}{\sum a_\nu}$$

Samling: **Harald Bohr papirer**

Box: **4**

Mappe: **19**

Kladdebog til doktorafhandling [1909]

Type: Original kladdebog til doktorafhandlingen.

Beskrivelse: Kladdebog i stort format (lidt større end A4) med udkast til Bohrs doktorafhandling. Bogen består af 240 nummererede sider, hvoraf der på siderne 25–151, 157–77, 183–87 og 203–40 er skrevet fortrinsvis med blæk, men også lidt med blyant, i Bohrs håndskrift for det meste kun på hver anden side, men i nogle tilfælde dog på hver side. I den bageste del pp. 203–40 er bogen vendt på hovedet og der er skrevet bagfra i den. Bogen er med stift mørkebrun bind og uden datering, titel eller forfatternavn, men på side 237 har Bohr skrevet sit navn (og en del af familiens navne).

Datering: Udateret, men da det er udkast til doktorafhandlingen må indholdet være skrevet i løbet af året 1909.

Sprog: Dansk

Indholdsbeskrivelse: Bogen består som sagt af kladder og udkast til doktorafhandlingen.

Siderne 240–20 består af et udkast til noget af første del, konvergensteorien for Dirichletrækker. Hjælpesætning Ia i afhandlingen er her opsplittet i to sætninger. Resten er udkast til afhandlingens anden del, dvs. summabilitetsteorien for Dirichletrækker. Konvergensproblemet diskuteres kort pp. 183–85.

Siderne 25–35 består af et udkast til §3 om eksistensen af summabilitetshalvplaner, men formuleret for 1. ordens summabilitet.

Siderne 37–61 består af et nyt udkast til §3 igen kun for 1. orden. Nu er også hjælpesætning Ic med og sætning II side 59 udtaler sig om *ligelig* summabilitet af 1. orden.

Siderne 63–71 indeholder et tredje udkast til §3 i en ordlyd meget tæt på afhandlingens, herunder formulering for r 'te ordens summabilitet. Dernæst betragtes pp. 71–75 eksempler og afsnittet afrundes.

Siderne 77–91 drejer sig om sætning 1a i §4 som giver formelen for summabilitetsabszisserne udtrykt ved rækkens koefficienter. Der er bevis og kommentarer.

Dernæst er der kladder til §5. Først vises og kommenteres sætning 1, der siger $\lambda_{r+1} \geq \lambda_r - 1$ pp. 92–97 og et nyt bevis gives p. 99. Derefter er det sætning 2 om uligheden $\lambda_r - \lambda_{r+1} \geq \lambda_{r+1} - \lambda_{r+2}$ med et efterfølgende bevis. Nye beviser gives pp. 109–13 og

p. 115. I mellemtiden er summabilitetsabskisser bestemt for rækken $\sum(-1)^{n+1}/n^s$ pp. 105–07 og andre eksempler betragtes pp. 117–31.

Opførslen tæt ved summabilitetsgrænsen svarende til §6 behandles fra p. 133 og det leder over i en diskussion af summabilitetsbegreber og en diskussion af bidrag af Abel, Frobenius, Hölder, Cesàro og Fejér, sidstnævnte om Fourierrækker, frem til p. 145. Bohr henviser til sin egen *Comptes rendus* note pp. 147–49. Der er endnu et resultat fra §6 pp. 165–67.

Forinden er det et udkast til §7 hvor sumfunktionens opførsel for ordinaten gående mod uendelig undersøges (pp. 157–63). Sætning I og III fra dette afsnit er også behandlet på siderne (skrevet på hovedet) 216–03.

Et udkast til sætninger fra §8 og bevisforsøg gives pp. 168–77.

Ovenstående oplysninger er registreret den 6. oktober 1997 af Kurt Ramskov, Institut for Matematiske Fag, Københavns Universitet.